

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

- Όταν βλέπω $\mathbb{R}_n$: ότι είναι μέγεθος στο $\mathbb{R}_n$ πρέπει να είναι θετικό
- Όταν βλέπω ρίζα: ότι είναι μήτρω απτων ρίζα πρέπει να είναι θετικό ή μηδέν
- Όταν βλέπω παρονομαστή πρέπει να είναι διάφορος του μηδενός
- Όταν βλέπω την λέξη "υπάρχει"
 - i) Λύνω
 - ii) Βρίσκω προφανή λύση
 - iii) Βολζανο σε αυτό που βλέπω
 - iv) Rolle στην προϋπόθεση (παράγουςα)
 - v) θ.μ.τ. στην προϋπόθεση (παραγουςα)
- Όταν λέει (κατά) σε μοναδικό ή μοναδικότητα για ρίζες: αποδεικνύω ότι είναι "1-1"
- Το "1-1" το δείχνω
 - i) Κατασκευαστικά: $f(x_1) = f(x_2) \dots x_1 = x_2$
~~ή~~ ή $f(x_1) \neq f(x_2) \dots x_1 \neq x_2$
 - ii) Μονοτονία: αυξουσα ↗ ή
φθίνουσα ↘

- αν λέει ελάχιστο πρέπει

$$f'(x_0) = 0 \text{ και αριστερά από } x_0 \downarrow (f'(x) < 0) \\ \text{δεξιά από } x_0 \uparrow (f'(x) > 0)$$

- αν έχει μέγιστο 16χλουν τα αντιστοίχα

- αν λέει "το πολύ δύο ρίζες" θεωρούμε ότι έχει τρεις και καταλήγουμε σε άτοπο. ΕΞΗΓΩ ΤΗΝ ΣΚΕΨΗ

- αν λέει ότι ένα σύνολο ανήκει σε μια ευθεία πρέπει οι συντεταγμένες του να επαληθεύουν την ευθεία, αν τις κάνουμε αντικατάσταση όλων x και y

Δηλαδή: $M(x_0, f(x_0))$

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\uparrow \\ f(x_0)$$

$$\uparrow \\ x_0$$

- όταν έχω $\ln$ στόχος είναι να χωρίσω το $\ln$ και να βάλω e ως βάση έτσι δύο πλευρές της εξίσωσης πχ: $\ln x = -2 - 1 \Leftrightarrow e^{\ln x} = e^{-2-1} \Rightarrow$

• Η εφαπτομένη είναι της μορφής:

$$y - f(x_0) = \lambda (x - x_0)$$

→ όπου λ η κλίση της ευθείας
με $\lambda = f'(x_0)$

$$\text{Αρα } y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

• Όταν σε πρόβλημα ζητάει: ταχύτητα =

α' παραγώγος της θέσης,

όταν ζητάει επιταχυνση = α' παραγώγος

ταχύτητας ή β' παραγώγος της θέσης

Κίνηση δεξιά $\Rightarrow v > 0$

Κίνηση αριστερά $\Rightarrow v < 0$

v αυξάνεται $\nearrow$

v μειώνεται $\searrow$

Αν έχει ακρότατο σημαίνει $f'(x)=0$

Αν έχει καμψη σημαίνει $f''(x)=0$

Όταν έχω ανίσωδη με f και πρέπει να ληθεί τότε πιθανόν από μονοτονία να μπορεί να δώσω τα f και να κριτώσω ότι έχω μέγιστο/ελάχιστο παρενθετικά

Αν έχω να αποδείχθει ανίσωδη της f με κάτι που μοιάζει με ευθεία (και ξέρω την κυρτότητα) υπάρχει πιθανότητα αυτή η ευθεία να είναι η εφαπτομένη της f σε κάποιο σημείο

Κατακόρυφη ασύμπτωτη βρίσκω στα σημεία που δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού αν το όριο της f κατευθύνει στο $\pm \infty$ *

Οριζόντια ασύμπτωτη βρίσκω στο $\pm \infty$
(εφόσον δεν είναι στο πεδίο ορισμού)
αν το όριο ισούται με αριθμό**

$$* \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$$

$$x \rightarrow a$$

$$x = a$$

$$** \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = b$$

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$y = b$$

ερχώ πλαχα αβύρρωτη που υπάρχει μόνο
αν $\lambda = \text{αριθμός}$ και $b = \text{αριθμός}$

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \text{~~αριθμός~~} (f(x) - \lambda x)$$

οταν λέει ότι η εφαπτομένη "διέρχεται"
από το σημείο (a, b) , αντιμαθιστώ στον
τύπο της εφαπτομένης τα x, y . Ένω, αν
λέει εφαπτομένη στο σημείο, αντιμαθιστώ στον
τύπο της εφαπτομένης τα x_0 και $f(x_0)$

Αν θέλει να αποδείξουμε ανισοτική σχέση σε
συγκεκριμένο διαστήμα αριθμών, βάζουμε το
 x ανάμεσα στους αριθμούς, βρίσκουμε την
μονοτονία της f και αναλογα με την
μονοτονία μετατρέπουμε την ανίσωση που ζητάμε
με το x σε ανίσωση με $f(x)$

Όταν μου λέει να αποδείξω ανιδοτική σχέση
με εμβαδά ή ολοκληρώματα τότε παίρνω το
ολοκλήρωμα που βρίσκεται ΠΑΝΩ από $x'x$ και
αν είναι κυρτή παίρνω ότι είναι πάνω από την
εφαπτομένη της σε κάποιο σημείο το οποίο
πρέπει να βρω.

Όταν λέει οριζόντια εφαπτομένη βγαίνει $f'(x_0)=0$
άρα πιθανόν θεωρούμε Rolle

Όταν λέει ότι δεν ξέρει τον άξονα εμφανί-
ζει ότι διατυπώνει πρόβλημα, αρκεί $f(x) > 0$
ή $f(x) < 0$ $x_0 \neq 0$

Όταν έχω πολυώνυμο και όριο στο άπειρο, ισούται με το όριο του μεγιστου βαθμιου όρου

Αν έχω όριο στο άπειρο με εκθετική, τότε

- αν $\lim_{x \rightarrow +\infty}$ βγάλω κοινό παράγοντα

τη δύναμη με τη μεγαλύτερη βάση

- αν $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ βγάλω κοινό παράγοντα

τη δύναμη με τη μικρότερη βάση

βελ. 185 / αβκ. 18

Αν έχω απροσδιοριστία, για να κάνω d.l.h πρέπει να δημιουργήσω κλάσματα

Αν έχω ημιτόνα και συνημιτόνα,
είναι πιθανό να πρέπει να διατηρήσω
γνωστά τριγωνομετρικά όρια

βελ. 183 / αβκ. 16

ή
χρησιμοποιώ τριγωνομετρικά αυξήματα

βελ. 184 / αβκ. 17

Αν έχω ολοκλήρωμα και μέρα του δεκετό
λη φαίνεται ότι μπορεί να
υπάρχει $\int$ που είναι η παραγωγός του x
και κάνω κατά παραγοντες (βελ. 321 / αβκ. 6, 8)

Αν έχω απροσδιόριστο κλάσμα μπορεί να βγαίνει
με πολ/μο ή διαίρεση με το ευγώνιο (βελ. 130)

Αν προκύψει όριο $\frac{\pm\infty}{0}$ και δεν βγαίνει
πουθενά, τότε

- το βλάω σε $\frac{1}{0} \cdot \pm\infty$ που $= \pm\infty$

Αν λέει ότι έχουμε οριζόντια εφαπτομένη ή
εφαπτομένη παράλληλη στο $x'x$ τότε φέρω
ότι $f'(x_0) = 0$ και το αντίστροφο

Αν έχω αυξάνουσα με ολοκληρώτα τότε
πιθανόν βγαίνει από μονοτονία